

*Debreceni
Fazekas Mihály Gimnázium*

...**Matematika(tantárgy)**
helyi tanterve

2020.09.01-től felmenő rendszerben

C (mat-fiz)

Évfolyam	Óraszám
9.	6
10.	6
11.	6
12.	6

2024.09.01.

Aranyi Imre
igazgató

Remeténé Orvos Viola
szakmaiságát ellenőrizte
munkaközösség-vezető

9–12. évfolyam, speciális matematika tagozat

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diskussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódást. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjukétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képesség fejlesztése az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanítás alapvető feladata a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakítása. Életkortól függő szinten rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknak azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve, hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematikai tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem,

az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Ez a kerettanterv a négy évfolyamos speciális matematikatanítás számára készült. Ennek nagy szerepe van a tudósutánpótlás biztosításában, de nagy a hatása gazdasági élet szakemberutánpótlására is.

Elsődleges célunk, hogy megőrizzük a matematika tagozatos osztályok haladó hagyományait, ugyanakkor azt is várjuk, hogy az e tanterv alapján tanuló diákok a felsőoktatásban jól hasznosítható ismeretekkel hagyják el a középiskolát. A rendelkezésre álló nagyobb órakeretet hatékonyabb, de időigényes módszerek (pl. önálló felfedeztetés, differenciált feladatok) alkalmazására is fel kívánjuk használni, hasonlóképpen gondot fordítunk a felmerülő problémák részletesebb elemzésére. A tapasztalatok azt mutatták, hogy a fenti célú mérsékelt tananyag-növekedés az elért szemléletfejlődéssel és a megnövekedett gyakorlási idővel jelentős teljesítményjavulást eredményez.

Emelt szintű matematika kerettanterv szerint már ötödik (esetleg hetedik) osztálytól tanulhatnak az általános iskolások. Azonban e kerettanterv készítésekor nem tételeztük fel az általános iskolás emelt szintű tananyag ismeretét, célszerűnek látjuk az egyes témák tárgyalásának kezdetén az emelt szintű általános iskolai legfontosabb kiegészítő ismeretek áttekintését.

9–10. évfolyam

A matematika kerettantervnek ez a fejezete a négyosztályos gimnáziumok azon tanulóinak szól, akik matematikából speciális tantervű képzést választottak. Ezért a tananyag összeállításánál feltételezhetjük, hogy kiemelkedő matematikai képességű, érdeklődőbb tanulóknak szól. A normál osztályokéhoz képest kiegészítő elemek kerülnek a tananyagba. Ezek egy része motivációs erejű, vannak olyanok, amelyek az emelt szintű érettségi vizsgára való felkészülést segíthetik, vannak olyanok is, amelyek a felsőoktatásban lesznek majd hasznosíthatók. Olyan tananyagelemeket is szerepeltetünk ezeken az évfolyamokon, amelyek biztosabbá teszik a tanulók ismereteit, kitekintést nyújtanak egy-egy témakör szélesebb körű alkalmazásaira, segíthetik a versenyeken való eredményesebb szereplésüket. Nem feltétlenül törekszünk a tananyag erőszakos növelésére, a korosztálynak megfelelő, mélyebb tárgyalást tartjuk elsődlegesnek.

A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül úgy, hogy a fogalmak definiálásán, a tételek igazolásán, rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és alkalmazási lehetőségeik megismerésén lesz a hangsúly. A kerettantervben szereplő tételek nagy többségét is bizonyítani kell. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A fenti célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek. Fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet. Hasznosak lehetnek ebből a szempontból a matematikai alapú játékok is. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait bemutatva világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan

része. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját! Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

A középiskolás kor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának fejlesztéséhez, ugyanezt szolgálhatja a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

**4 évfolyamos speciális matematika tagozat
9. osztály**

Heti óraszám:6, éves órakeret: 216 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 32 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Feladatmegoldási rutin mélyítése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása; gráfok alkalmazása szemléltetésre, problémamegoldásra.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazok. Halmazokkal kapcsolatos ismeretek: üres halmaz, részhalmaz, halmazok egyenlősége. Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, szimmetrikus differencia, komplementer halmaz. Descartes-féle szorzat. A fogalmak ismétlése, alkalmazása több halmazra. Pontos definíciók, jelölések használata. Műveleti tulajdonságok bizonyítása. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára, osztályozás Logikai szita formula. n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Véges és végtelen halmazok. (Csak „szemléletes” szinten, később részletesen tárgyaljuk.)</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen; adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p>

Matematikatörténet: Georg Cantor.	<i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.
A matematika axiomatikus felépítése	
Logikai műveletek (negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia) és tulajdonságaik Állítás és megfordítása	Igazságtáblázat Rejtvények
Kombinatorika. Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Szorzási szabály, esetszétválasztás Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel Jelek használata: $n! , \binom{n}{k}$. Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. Matematikatörténet: Blaise Pascal, Erdős Pál. Gráfok. Néhány probléma ábrázolása gráfokkal. Egyszerű gráfok Gráfelméleti alapfogalmak (teljes, üres, komplementer) Vonalak, körök, utak (séta, vonal, út, kör). Fokszám-tétel Nyitott és zárt Euler vonal	Anagramma készítése Póker - lapkombinációk

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; Véges és végtelen halmaz; Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, diszjunkt halmazok. Permutáció, variáció, kombináció; Szorzási szabály, esetszétválasztás. Gráf csúcsa, éle, nyitott és zárt Euler vonal
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Algebra Hatványozás, négyzetgyök	Órakeret 16 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése. Műveleti tulajdonságok ismerete, alkalmazása, valós számok és a számegyenes, racionális számok közösleges és tizedestört alakja, nagyságrendi becslés, közelítő értékek	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok: – természetes számok, – egész számok,	<i>Fizika, kémia,</i> <i>biológia-egészségtan:</i> a tér, az idő, az

<ul style="list-style-type: none"> – racionális számok, – irracionális számok, – valós számok, számegyenes, intervallumok <p>Mely műveletek nem vezetnek ki az egyes számhalmazokból? A racionális számok halmazán végzett műveletek biztonságos elvégzése – ismétlés, gyakorlás. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. Hatványozás és azonosságai egész kitevőre. Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.</p>	<p>anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</p>
<p>Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. Kivétel a gyökjel alól, bevétel a gyökjel alá. Nevező gyöktelenítése. \sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás.</p>	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, normálalak, négyzetgyök, racionális szám, irracionális szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolútérték, reciprok, ellentett
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Algebrai kifejezések	Órakeret 26 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések. Polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések.	<i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.
Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$, $(a + b + c)^2$, $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$. $a^n - b^n$, $a^{2k+1} + b^{2k+1}$	

Geometria: azonosságok „rajzos” igazolása.	
<p>Azonos átalakítások.</p> <p>Polinomok összeadása, kivonása.</p> <p>Polinomok szorzása, hatványozása.</p> <p>Szorzáttá alakítás különböző módszerei.</p> <p>Algebrai törtekkel végzett műveletek.</p> <p>Algebrai törtek egyszerűsítése, összeadása, kivonása, szorzása, osztása.</p> <p>Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse.</p> <p>Matematikatörténet: algebra – Al-Hvarizmi.</p>	
<p>Számítási, mértani közép</p> <p>Algebrai és geometriai bizonyítás két tagra.</p> <p>Szélsőérték-feladatok közepek segítségével.</p> <p>Kapcsolat: másodfokú függvények vizsgálata.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság, közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, Oszthatóság	Órakeret 20 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok.</p> <p>Analógiák nem tízes alapú számrendszerek oszthatósági szabályaiban.</p> <p>Nevezetes azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban.</p> <p>Teljes indukció alkalmazása oszthatósági feladatokban.</p>	
<p>Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás.</p> <p>A számelmélet alaptétele.</p> <p>Végtelen sok prímszám van.</p> <p>Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről.</p> <p>Legkisebb közös többszörös, legnagyobb közös osztó.</p> <p>Euklideszi algoritmus LNKO-ra</p>	<i>Informatika:</i> nagy prímek szerepe a titkosításban.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.
--------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 30 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyenletek. Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. Egyenletek megoldása grafikus módszerrel, alaphalmaz és értékészlet vizsgálatával, algebrai módszerekkel. Egyenletek ekvivalenciája. Elsőfokú egyenletek.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult módszerek elmélyítése. További módszerek szöveges feladatok megoldására. Példák egyenlet nélküli megoldási módszerekre.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány vizsgálata, hamis gyök. Mikor lesz egy tört értéke nulla, pozitív, negatív?	
Elsőfokú paraméteres egyenletek és egyenlőtlenségek.	
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségek. Algebrai és grafikus megoldás.	<i>Fizika:</i> a mérés hibája.
Elsőfokú egyenletrendszerek. Egyenletrendszerek grafikus megoldása. Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Új ismeretlen bevezetése. Gauss-elimináció. Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Elsőfokú egyenlőtlenségek. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.	

<p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata.</p> <p>Másodfokú egyenletek. Grafikus megoldás. Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása. Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diskusszió. Önellenőrzés.</p> <p>Gyöktényező alak, Viète-formulák.</p> <p>Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. Néhány további módszer az egyenlet speciális tulajdonságainak felhasználásával.</p> <p>Szélsőérték-feladatok Másodfokú függvény vizsgálatával. Kapcsolat: számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával történő megoldás. Optimális megoldásokra törekvés.</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú minimum- és maximumproblémák.</p> <p><i>Filozófia:</i> egy adott rendszeren belül megoldhatatlan problémák létezése.</p>
<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Paraméteres egyenlet.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>Geometria Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk</p>	<p>Órakeret 30 óra</p>
---	--	-----------------------------------

<p>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</p>	<p>A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben. Számítógép használata geometriai feladatokban.</p>
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>

<p>Geometriai alapfogalmak, axiómák. Térelemek; kölcsönös helyzete, távolsága, szöge síkban és térben. Háromszögek szögei, oldalai közti összefüggések. Négyszögek. Sokszögek szögösszege, átlók száma.</p>	<p><i>Fizika:</i> szögsebesség, szöggyorsulás. <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli viszonyok.</p>
<p>Nevezetes ponthalmazok rendszerezése.</p> <ul style="list-style-type: none"> – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; – kör és részei – két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. – Parabola, ellipszis, hiperbola. <p>Egyenlőtlenességgel meghatározott ponthalmazok. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. Matematikatörténet: Descartes. Két vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése. Háromszög beírt, körülírt, hozzáírt körei. Háromszög további nevezetes vonalai. Középvonalak.(Négyszögek középvonalai is.) Varignon-tétel. Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Euler egyenes, „KisFiaM” egyenes Geometriai szerkesztőprogram használata, bemutatása grafikus programmal.</p>	<p><i>Fizika:</i> parabolatükör. <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata. <i>Fizika:</i> égitestek pályája; izotermikus állapotváltozás.</p>
<p>Pitagorasz tétele és a tétel megfordítása. Számítási feladatok síkban és térben. Pitagorasz tételének alkalmazása bizonyítási feladatokban. Héron képlet levezetése Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög? Két pont távolsága koordináta-rendszerben. Matematikatörténet: Pitagorasz.</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p>
<p>Thalész tétele és a tétel megfordítása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése. Matematikatörténet: Thalész.</p>	
<p>Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerező ismételése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, forgatás, eltolás, identitás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: – fixpont, fix egyenes, fix sík, – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás. Szimmetrikus ponthalmazok, szimmetrián alapuló játékok. Geometriai transzformációk szorzata.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>

Az egybevágóság fogalma. Ponthalmazok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.	
Műveletek vektorokkal: Összeadás, kivonás, számmal való szorzás. Vektorfelbontás tétele. Osztópont helyvektora, háromszög súlypontjának helyvektora. Feuerbach-kör. Vektor koordinátái. Vektor hossza, két pont távolsága Vektorok a térben Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek: erő, sebesség, gyorsulás, térerősség.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Térelem, sokszög, Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel, egybevágósági transzformáció. Vektor.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Hasonlóság és kapcsolódó tételek	Órakeret 15 óra
--	---	----------------------------------

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A párhuzamos szelők tétele és megfordítása, következmények. Szögfelező tétel. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása.	
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.	<i>Földrajz:</i> térképek. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti tervrajzok. <i>Fizika:</i> optikai eszközök nagyítása.
Hasonló ponthalmazok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.	<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika. <i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor az

Annak tudatosítása, hogy kicsinyítésnél, nagyításnál a lineáris méretek, a felszín és térfogat nem egyformán változik.	a hasznos, hogy adott térfogathoz nagy felszín, illetve, amikor adott térfogathoz kis felszín tartozzon.
Matematikatörténet: Euler, Ptolemaiosz, Feuerbach, Heron.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasonlósági transzformáció, hasonló ponthalmaz, számtani és mértani közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények	Órakeret 20 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Logikus gondolkodás, pontos fogalmazás fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Függvény fogalma. Értelmezési tartomány, értékészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése: zérushely, monotonitás, szélsőérték.</p> <p>Új fogalmak: paritás, korlátosság. (Pontos definíciók. Néhány esetben a tagadás megfogalmazása is: pl. egy függvény nem páros, ha...) Kapcsolat: logika elemei – bármely, van olyan, negáció. Hétköznapi állítások tagadása. Pontos fogalmazás.</p>	<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> hétköznapi és szaknyelvi szóhasználat.</p>
<p>Lineáris függvények. Egyenes arányosság Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.</p>
<p>Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Negatív egész kitevőjű hatványfüggvények. Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény. Abszolútérték-függvény. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-féle függvény.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.</p>
<p>Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi. $f(ax+b)$ ábrázolása</p>	

<p>A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend. $f(x)$ és $f(x)$ ábrázolása. Adott tulajdonságú függvények konstruálása.</p>	
---	--

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Trigonometria Hegyszögek szögfüggvényei	Órakeret 12 óra
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögeket és szakaszokat határozunk meg méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.		<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.
Pótszögek szögfüggvényei. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. (Megtanulandók.) 18°, 36°, 54°, 72°. (Kiszámolás az „aranyháromszögből”.)		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 15 óra
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	A valószínűség és a relatív gyakoriság fogalmának mélyítése, kapcsolatuk belátása. Statisztikai középértékek és szóródási mértékek.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kocka- és pénzérmédobások – csoportmunka.		<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.

Egyszerűbb események valószínűsége. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel, összeszámlálással	
Geometriai valószínűség. Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, elemzése, táblázatba rendezése, ábrázolása grafikonokon, osztályokba sorolása. Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Közvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv. Minőség-ellenőrzés. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szóródásmértékek.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség, terjedelem, átlag, medián, módusz, átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés, szórás

**Négy évfolyamos speciális matematika tagozat
10. osztály**

Heti óraszám:6, éves órakeret: 216 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika,	Órakeret 18 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Feladatmegoldási rutin mélyítése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése. A halmazműveletek és a logikai műveletek kapcsolata, Az implikáció és ekvivalencia igazságértékének eldöntése, tételek bizonyítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú halmazok konstruálása. Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Invariáns mennyiség keresése.) Néhány kombinatorikus geometriai feladat. Gráfok: Összefüggő gráfok, fák és erdők	
Logika.	

<p>Logikai műveletek (negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia, antivalencia) és tulajdonságaik</p> <p>Szükséges és elégséges feltételek</p> <p>A köznap szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p> <p>Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata.</p> <p>Következtetések.</p> <p>Az általános és az egzisztenciális kvantor, és ezek tagadása [Normálformák, a logikai áramkörök elméletének elemei.]</p> <p>Matematikatörténet: Pólya György, George Boole.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Logikai műveletek: nem; és; megengedő vagy; kizáró vagy; implikáció; ekvivalencia; antivalencia.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>Gyökvonás, logaritmus</p>	<p>Órakeret 21 óra</p>
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.</p>	

<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Az n-edik gyök fogalma.</p> <p>A gyökvonás azonosságai.</p> <p>Páros és páratlan gyökkitevő.</p> <p>Bevitel a gyökjel alá. Kivitel a gyökjel alól.</p> <p>A szerkeszthetőség néhány kérdése.</p> <p>Permanenciaelv.</p> <p>A racionális kitevőjű hatványok.</p> <p>Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőre.</p> <p>Hatványozás kiterjesztése valós kitevőre.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.</p> <p>A logaritmus azonosságai.</p> <p>Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra.</p> <p>Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.</p> <p>A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.</p> <p>Logaritmustáblázat.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>

Matematikatörténet: Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása.	
--	--

Kulcsfogalmak/ fogalmak	n -edik gyök, logaritmus.
------------------------------------	-----------------------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Algebrai kifejezések	Órakeret 10 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szorzattá alakítás különböző módszerei. Polinomok maradékos osztása. Polinomok gyökei, egész és racionális gyökök keresése Horner séma, helyettesítési érték Matematikatörténet: algebra – Al-Hvarizmi.	
Számítási, mértani, négyzetes és harmonikus közép, hatványközép, és a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai és geometriai bizonyítás két tagra. Szélsőérték-feladatok közepek segítségével.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Polinom, közép.
------------------------------------	-----------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, Oszthatóság	Órakeret 20 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számelméleti függvények, osztók száma, összege, szorzatának meghatározása a prímtényezős felbontásból. Tökéletes számok Euler-féle φ függvény.	<i>Informatika:</i> nagy prímek szerepe a titkosításban.

Néhány „speciális” prím (Mersenne-prímek, Fermat-prímek).	
Kongruenciák és tulajdonságai. Maradékosztályok. Euler-Fermat tétel, Kis Fermat-tétel. Wilson-tétel. Lineáris kongruenciák megoldása Magasabbfokú kongruenciák megoldása Lineáris kongruencia-rendszerek Diofantoszi egyenletek. Lineáris diofantoszi egyenlet. Az $ax + by + cxy = d$ típusú diofantoszi egyenlet. Szöveges feladatok megoldása diofantoszi egyenlettel. Pitagoraszi számhármassok. Matematikatörténet: Diophantos, Eukleidész, Eratoszthenész, Euler, Fermat.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számelméleti függvény, kongruencia, maradékosztály.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	Órakeret 45 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával. Többféle megoldási módszer összevetése.	
Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.	<i>Fizika:</i> ütközések.
Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. Hamis gyök, gyökvesztés. Önellenőrzés képességének fejlesztése.	
Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek. Esetsztésválasztások, divergens gondolkodás fejlesztése. Paraméteres másodfokú egyenlőtlenségek.	

Magasabb fokú egyenletek. Egész együtthatós polinom egész és racionális gyökei. Bezout tétele. Gyökök és együtthatók közti összefüggés. Horner-elrendezés. Matematikatörténet: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.	
Exponenciális egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.	<i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
Logaritmikus egyenletek egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél.	<i>Kémia:</i> pH-számítás
Paraméteres exponenciális és logaritmusos egyenletek.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlőtlenség, egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet. Magasabb fokú egyenletek. Exponenciális és logaritmikus egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Hasonlóság és kapcsolódó tételek	Órakeret 34 óra
--	---	----------------------------------

A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben.. Számítógép használata geometriai feladatokban.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Arányossági tételek háromszögekben. Magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése. Egyszerű szélsőérték-feladatok.	<i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet. <i>Ének-zene:</i> az aranymetszés megjelenése zenei

	művekben.
<p>Két kör közös érintői. Középponti szög, a hozzá tartozó körív és körcikk. Szögek mérése. Kerületi és középponti szögek tétele. Kerületi szögek tétele. Látószögekörív. Húrnégyszög tétele és megfordítása. Feuerbach-kör. Érintőnéyszögek tétele és megfordítása. Érintő és szelőszakaszok tétele. Szelőszakaszok tétele.</p>	
<p>A talpponti háromszög tulajdonságai. Ptolemaiosz-tétel. Aranymetszés. Pontnak körre vonatkozó hatványa.</p>	
<p>További nem távolságtartó transzformációk. Merőleges affinitás. Kapcsolat a függvénytranszformációkkal. Inverzió és tulajdonságai.</p>	
<p>Matematikatörténet: Euler. Ptolemaiosz, Feuerbach, Héron.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények, sorozatok	Órakeret 30 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Gyökfüggvények. Függvények inverze. Összetett függvények.	
Exponenciális függvények.	
Logaritmikus függvények.	<i>Fizika:</i> régészeti leletek – kormeghatározás.
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi. $f(ax+b)$ ábrázolása A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend. $ f(x) $ és $f(x)$ ábrázolása. Adott tulajdonságú függvények konstruálása.	
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat – arany metszés. Rekurzív sorozat n -edik elemének megadása. Matematikatörténet: Fibonacci.	<i>Informatika:</i> algoritmusok.
Számítási sorozat. A számítási sorozat n -edik tagja. A számítási sorozat első n tagjának összege. Mértani sorozat. A mértani sorozat n -edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összege. Számítási feladatok számítási és a mértani sorozatokra. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. A számítási sorozat mint lineáris és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása. Törlesztési feladatok. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék. Véges sorok összegzése. Számítási és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése. Teleszkópos összegek.	<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> lineáris és exponenciális folyamatok. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hitel – adósság – eladósodás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	
Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció. Sorozat, számítási sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Trigonometria Szögfüggvények általánosítás	Órakeret 18 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.</p> <p>A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével.</p> <p>A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben.</p> <p>Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</p> <p>A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat. Egyszerű trigonometrikus egyenletek.</p>		<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 20 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség és a relatív gyakoriság fogalmának mélyítése, kapcsolatuk belátása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Műveletek eseményekkel. Klasszikus valószínűségi modell.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak		Esemény, valószínűség.

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén:

Gondolkodási és megismerési módszerek

Halmazok, logika:

- Halmazok megadása különböző módokon
- Véges és végtelen halmazok elemszáma
- Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra.
- Adott halmaz diszjunkt részhalmazokra bontása, osztályozás.
- Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete.
- Logikai és halmazműveletek kapcsolata
- Adott állítás igazságértékének eldöntése, az állítás tagadása
- A „minden” és „van olyan” kifejezések helyes használata
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
- Konstruktív feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása.

Kombinatorika, gráfok:

- A problémáknak megfelelő matematikai modell választása
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.
- Problémák megoldása gráfok segítségével

Számelmélet, algebra

- Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása.
- Számok normálalakja, normálalakkal végzett műveletek alkalmazása.
- Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, alkalmazása.
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös ismerete, alkalmazása.
- Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- A négyzetgyökvonás fogalmának ismerete, a négyzetgyökvonás azonosságainak alkalmazása
- Első- és másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása.
- Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában.
- A számológép használata.

Geometria

- Ptolemaiosz-, Euler-tétel ismerete, alkalmazása.
- Tételek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok rendszerezése, alkalmazása.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnéyszögek tételei).

- Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
- Egybevágó ponthalmazok, hasonló ponthalmazok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
- Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása.
- Ceva-, Menelaosz-, Euler-tétel ismerete, alkalmazása.

Trigonometria

- Szögfüggvények értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása.

Függvények, sorozatok

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás.
- Függvény ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk elvégzése.
- Számtani és mértani sorozat.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Valószínűség, statisztika

- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.
- A geometriai valószínűség alkalmazása.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, és egyben kiteljesíti a kapcsolatokat a többi tantárggyal, valamint a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikatanulásban kialakult rendszeresség, problémamegoldó képesség az élet legkülönbözőbb területein segíthet. Ezt célszerű tudatosítani a tanulóknál.

Ez a kerettantervi elem a matematika főiskolai-egyetemi tanulására való felkészítést célozza meg. A problémamegoldó képességen túl fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, gyakorlati és elméleti területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyek összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

Négy évfolyamos speciális matematika tagozat 11. osztály

Heti óraszám:6, éves órakeret: 216 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, gráfok	Órakeret 12 óra
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok.</p> <p>Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Számosság, számhalmazok számossága Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok.</p> <p>Gráfok: Síkba rajzolható gráfok, Euler féle poliédertétel, Ramsey típusú problémák, színezési feladatok, ötszintétel, négyszintétel</p> <p>Matematikatörténet: Cantor, Hilbert, Gödel.</p>		<p><i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Művelet, reláció. Halmazok számossága, megszámlálható és nem megszámlálható halmaz. Összefüggő gráf, fa, ötszintétel	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Trigonometria	Órakeret 45 óra
--	----------------------	----------------------------

<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.</p>
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>	
<p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. Vektoriális szorzat koordinátákkal A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata.</p>	<p><i>Fizika:</i> munka, elektromosság.</p>
<p>Színusztétel. Koszínusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása. Bizonyítási feladatok.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> pontthalmazok adatainak meghatározása. <i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, – egy szög kétszeresének szögfüggvényei, – félszögek szögfüggvényei, – két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása. <p>A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel. Tangenstétel.</p>	
<p>Trigonometrikus egyenletek. (Ekvivalens átalakítások.) Trigonometrikus egyenlőtlenségek.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez,</p>

Trigonometrikus egyenletrendszerek. Paraméteres trigonometrikus feladatok. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.	gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	
Skaláris szorzat, szinusztétel, koszinusztétel, addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria. Kúpszeletek		Órakeret 5 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A sík- és térszemlélet, látásmód fejlesztése.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Parabolát, ellipszist, hiperbolát jellemző paraméterek. Kúpszeletek érintői. Kúpszeletek származtatása (Dandelin-gömbök). Mértani helyek.		<i>Fizika:</i> csillagászat.	
Kulcsfogalmak	Parabola, ellipszis, hiperbola, fókuszpont, vezéregyenes.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Koordinátageometria		Órakeret 45 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
A Descartes-féle koordináta-rendszer. A helyvektor és a szabadvektor.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.	
Vektor abszolút értékének kiszámítása. Két pont távolságának kiszámítása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.			
Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása.		<i>Fizika:</i> ponthalmazok tömegközéppontja.	
Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens.		<i>Fizika:</i> mérések értékelése.	

<p>A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata. Az egyenes egyenletei.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete. – Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszere térben. – Iránytényező egyenlet. <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések. Két kör közös érintőinek egyenlete.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola és a másodfokú függvény. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p>	<p><i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapiillantó tükör.</p>
<p>Ellipszis és hiperbola egyenlete.</p>	<p><i>Fizika:</i> égitestek pályája.</p>
<p>Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Apollóniosz-kör. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek. Lineáris programozási feladat.</p>	<p><i>Informatika:</i> több feltétel együttes vizsgálata.</p>
<p>Térbeli koordinátageometria. Vektorok vektoriális szorzata. Egyenes egyenletrendszere. Sík egyenlete. Egyenes és sík metszéspontja.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> <p>Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola, ellipszis és hiperbola egyenlete.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Sorozatok, sorok	Órakeret 25 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Sorozatok korlátossága, monotonitása, konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói.</p> <p>Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Nevezetes sorozatok határértéke.</p> <p>Konvergens sorozatok tulajdonságai, konvergenciakritériumok. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens.</p> <p>Az e szám. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.</p>		
<p>Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra. Teleszkópos összegek. Négyzetszámok reciprokainak összege.</p> <p>Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor. Feltételelesen konvergens sorok.</p> <p>Cantor-axióma. A kör kerülete.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Korlátosság, monotonitás, konvergencia, divergencia. Sor, sor összege, végtelen mértani sor.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Differenciálszámítás	Órakeret 50 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése.	<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.
A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai.	<i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.	<i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése. <i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$, illetve $\operatorname{tg} x$ közelítésére kis szög esetében.
Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.	<i>Fizika:</i> Az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata. <i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.
A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Grafikon érintőjének egyenlete Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Elemi függvények deriváltja: Konstans függvény, x^n , trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja.	<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.

Magasabb rendű deriváltak. Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.	
A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Középértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel. L'Hospital-szabály.	<i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.
Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.	
Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.	
Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.	<i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius–Descartes-törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	
Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabb rendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Algebra. Lineáris algebra	Órakeret 15 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A vektor fogalmának bővítése, mátrix ismerete, mátrixműveletek megismerése, alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Determináns. Sarrus-szabály. Kifejtési tétel. Determinánsra vonatkozó tételek. Sor- és oszlopvektorok, mátrixok. Vektorok és mátrixok összeadása, számmal való szorzása. Lineáris kombináció, lineáris függőség, függetlenség. Lineáris egyenletrendszerek. A lineáris programozás elemei. Mátrixok inverze.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, mátrix, lineáris egyenletrendszer, determináns.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Algebra. Komplex számok		Órakeret 19 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Számhalmazok bővítésének elvei.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok. Komplex számok, komplex számsík. Komplex számok algebrai alakja Komplex számok trigonometrikus alakja Műveletek komplex számokkal. Harmadfokú egyenletek megoldása, Cardano képlet Negyedfokú egyenlet, Viète formulák Az algebra alaptétele Geometriai feladatok megoldása komplex számok alkalmazásával.			
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Komplex számok, komplex számsík.		

**Négy évfolyamos speciális matematika tagozat,
12. osztály**

Heti óraszám:6, éves órakeret: 180 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek		Órakeret 8 óra
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben.		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Állítások	

Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, skatulyaelv, teljes indukció. Tételek megfordítása.	igazolásának szükségessége.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Művelet, reláció. Bizonyítási módszer. A matematika axiomatikus felépítése.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Integrálszámítás	Órakeret 34 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az integrálszámítás módszereivel találkozáskor a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.		
Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. Matematikatörténet: Bernhard Riemann.	<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata.	
Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.	<i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Ponthalmaz tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.	

<p>Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, – exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel. Parciális integrálás. Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler.</p>	
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonka kúp, gömb, gömbszelet térfogata. Az integrálás közelítő módszerei.</p>	<p><i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés_elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> <p>Alsó és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Forgástest térfogata.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Térgeometria		Órakeret 30 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Áttekintő kép kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Testek származtatása. Szabályos testek. Tételek szögének és távolságának meghatározása különböző testek esetén.		<i>Vizuális kultúra:</i> axonometria. <i>Kémia:</i> kristályok. <i>Művészetek:</i> szimmetriák	
A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb ponthalmaz területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése.		<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram	

Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben.		
<p>A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. Téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp.</p> <p>A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv. Csonka gúla térfogata. Érintópoliéderek térfogata.</p> <p>Ponthalmazok felszíne, hálója. Csonka kúp felszíne.</p> <p>Gömb térfogata, felszíne.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> építészet.</p>
<p>Tetraéderekre vonatkozó tételek. Ortogonalis tetraéder. Tetraéder és paralelepipedon.</p> <p>Euler-féle poliédertétel.</p> <p>Testekbe, illetve testek köré írható gömb.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat, hengyszerű test, kúpszerű test, forgástest, csonka gúla, csonka kúp.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 24 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.</p> <p>Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Feltételes valószínűség, események függetlensége.</p> <p>Teljes valószínűség tétele, Bayes tétele.</p> <p>Valószínűségi változók Várható érték. Szórás.</p> <p>Binomiális eloszlás Hipergeometrikus eloszlás Csebisev-egyenlőtlenség. Markov-egyenlőtlenség. Nagy számok törvénye. Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd.</p>		<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.</p> <p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák</p>

	vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).
	<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	valószínűségi változó, eloszlás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 84 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Gondolkodási módszerek</p> <p>Halmazok, matematikai logika</p> <p>Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz.</p> <p>Halmazok közötti műveletek.</p> <p>Végtelen halmazok elmélete; számosságok.</p> <p>Állítások, logikai értékük.</p> <p>Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p>Univerzális és egzisztenciális kvantor.</p> <p>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</p> <p>Permutáció, variáció, kombináció.</p> <p>Binomiális tétel. Pascal-háromszög.</p> <p>Elemi gráfelméleti ismeretek.</p> <p>Euler-féle poliédertétel.</p> <p>A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása.</p> <p>Nevezetes sejtések.</p>		<p><i>Filozófia:</i></p> <p>gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.</p>
<p>Algebra és számelmélet</p> <p>Műveletek kifejezésekkel</p> <p>Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok.</p> <p>A hatványozás azonosságai.</p> <p>Matematikai fogalmak fejlődése, permanenciaelv.</p> <p>Gyökös kifejezések átalakításai.</p> <p>Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai.</p> <p>Számelmélet</p> <p>Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal.</p> <p>Prímszámok.</p> <p>Oszthatósági feladatok megoldása.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i></p> <p>számítási feladatok megoldása.</p>

<p>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek Komplex számok Lineáris algebra</p>	
<p>Geometria Geometriai alapfogalmak Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge. Geometriai ponthalmazok, bizonyítások Nevezetes ponthalmazok. Síkidomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek. Geometriai transzformációk Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben. Vektorok, trigonometria, koordináta geometria Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A kúpszeletek definíciója, egyenleteik. Geometriai mértékek A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása ponthalmazok mértékének kiszámításához.</p>	<p><i>Művészetek:</i> szimmetriák, arany metszés.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használatára.</p>
<p>Függvények, sorozatok, az analízis elemei Függvények A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolút érték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes programok használatára függvények ábrázolására, vizsgálatára.</p>

<p>Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint.</p> <p>Sorozatok, sorok</p> <p>A sorozat fogalma.</p> <p>Számtani, mértani sorozat.</p> <p>Rekurzióval megadott egyéb sorozatok.</p> <p>Sorozatok monotonitása, konvergenciája.</p> <p>A végtelen mértani sor.</p> <p>Analízis</p> <p>Függvények korlátossága és monotonitása.</p> <p>Függvény határértéke, folytonossága.</p> <p>Differenciálhányados, derivált függvény.</p> <p>Differenciálási szabályok.</p> <p>L'Hospital-szabály.</p> <p>Függvényvizsgálat differenciálás segítségével.</p> <p>Szélsőérték-meghatározási módok.</p> <p>A tanult függvények primitív függvényei.</p> <p>Integrálási módszerek.</p> <p>A határozott integrál.</p> <p>Newton–Leibniz-tétel.</p> <p>A határozott integrál alkalmazásai.</p> <p>Improprius integrál.</p>	<p><i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>
<p>Valószínűség-számítás, statisztika</p> <p>Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás.</p> <p>Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer.</p> <p>A matematika különböző területeinek összekapcsolása.</p> <p>Grafikonok, táblázatok, diagramok készítése és olvasása.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság.</p> <p>A valószínűség kiszámítási módjai.</p> <p>Feltételes valószínűség.</p> <p>Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján.</p> <p>Szerepük a mindennapi életben.</p> <p>A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye.</p> <p>A közvélemény-kutatás elemei.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.</p>
<p>Motivációs témakörök</p> <p>Néhány matematikatörténeti szemelvény.</p> <p>A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.)</p> <p>Matematikusokkal kapcsolatos történetek.</p> <p>Matematika alapú játékok.</p> <p>Logikai feladványok, konstrukciós feladatok.</p> <p>A matematika néhány filozófiai kérdése.</p> <p>A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői.</p> <p>Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.
- A kombinatorikai problémák rendszerezése.

- Bizonyítási módszerek áttekintése.
- A gráfok eszköz jellegű használata problémák megoldásában.
- Matematikai modellalkotás, problémamegoldás

Számelmélet, algebra

- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmosus egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.
- A számológép biztos használata.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.

Függvények, az analízis elemei

- Exponenciális, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.
- Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
- Nevezetes valószínűségi eloszlások